

Teoría SuperSpin Parte 1

de Corrado Malanga y Luciano Pederzoli

RELACIONES DIMENSIONALES Y LA INCERTIDUMBRE

PRESENTACIÓN

Cuando, en cuanto a nosotros, no es posible acceder a las fuentes de fondos para ricos para investigaciones, la primera pregunta que debe hacerse es :

¿Cómo es posible, sin tener los fondos adecuados, para llevar a cabo la larga serie de experimentos costosos que podría traer a nuevos descubrimientos?

La respuesta, como veremos más adelante, es la siguiente :

- Debe utilizar los experimentos ya realizados tantas veces para dar absolutamente ciertos resultados,
- En busca de nuevas interpretaciones de las mismas y
- el bloqueo de la validez de todo lo que, hasta ahora, oficialmente se ha deducido a partir de tales experimentos,
- sin olvidar que es muy probable (casi seguro) que la realidad se extiende más allá de los campos explorados hasta ahora.

Los experimentos fundamentales están bien descritos en la literatura y de ellos se han obtenido las pocas cantidades fundamentales que permiten la medición, y por lo tanto el uso, es todo lo que sabemos.

La síntesis está representada por los llamados sistemas de medidas, entre los cuales el SI (Sistema Internacional) ha sido considerado como el estándar mundial durante más de cuarenta años.

Sin embargo, no se indica ninguna parte que tenemos que utilizar las unidades fundamentales de ese sistema de medida, por el contrario, un útil y económico (monetario en, términos no temporal) experimento consiste realmente en sustitución de dichas unidades y dibujar una nueva descripción de la realidad conocida por nosotros.

Es cierto que la nueva descripción no puede de hecho contener cualquier cosa nueva, en comparación con aquella de la que se ha elaborado, pero también es cierto que describe la realidad desde otro punto de vista, por lo que puede sugerir nuevas interpretaciones o puede hacer un giro innovador de ideas.

El **SST (Teoría SuperSpin) - Primera parte** muestra los resultados de uno de tales experimentos y las ideas innovadoras que han surgido de la misma.

Ellos dan origen a una descripción más amplia de la realidad actualmente aprobada. En comparación con este punto de vista la descripción real representa sólo un caso particular, a pesar de que de manera inequívoca correcta.

α) INESPERADAS RELACIONES DIMENSIONALES

[El texto de esta forma está reservado para el análisis dimensional y los relativos a los comentarios]

Las ecuaciones dimensionales establecen las relaciones existentes entre las cantidades que aparecen en una fórmula física, aparte de posibles constantes adimensionales; es bien sabido que el respeto de las ecuaciones dimensionales es la primera regla a observar cuando las leyes físicas se han de aplicar. Los sistemas de medida, a su vez, representan lo que más se consolida y se aprobó por unanimidad en el campo técnico-científico.

La comparación de los sistemas de medición antes y después de la década de los 60, y en particular el actual Sistema Internacional (SI), de uso general, con el antecedente principal durante más de ochenta años (del Sistema Electroestático CGS), podemos ver que la diferencia fundamental y también la mayor consecuencias, entre estos dos Sistemas, es la diferente definición de carga eléctrica.

Para el viejo Sistema Electroestático CGS la carga eléctrica es estática y muestra las siguientes dimensiones :

$$\alpha-01) [l^3 m t^{-2}]^{1/2}$$

NOTA $\alpha-\alpha$

De hecho, la ley de Coulomb dice que :

$$F = c_q \cdot (Q_1 \cdot Q_2) / r^2$$

Donde Q_1 y Q_2 son las cargas eléctricas puntiformes, c_q es una constante, le asignan el valor 1 en el sistema CGS, r es la distancia entre las cargas y F la fuerza con que se atraen o se rechazan, según sus signos.

Suponiendo iguales las dos cargas, se convierte en :

$$F = Q^2 / r^2$$

de la que se tiene que :

$$Q = (F \cdot r^2)^{1/2}$$

y, siendo $F = m \cdot a$, luego :

$$Q = (m \cdot a \cdot r^2)^{1/2}$$

cuyas dimensiones son exactamente :

$$[l^3 m t^{-2}]^{1/2}$$

Para el Sistema Internacional, la carga está en movimiento y tiene dimensiones :

$$\alpha-02) [t i]$$

Igualando las dos cargas con los cálculos correspondientes y, en consecuencia, las relativas expresiones dimensionales, tenemos :

$$\alpha-03) i = [l^{3/2} m^{1/2} t^{-2}] = [l^3 m t^{-4}]^{1/2}$$

Sustituyendo esta expresión dimensional en lugar de la corriente eléctrica del Sistema Internacional y trayendo sólo las cantidades de mayor interés para este trabajo (las dimensiones presentadas en sustitución están en color magenta) se obtiene la siguiente tabla α -a

TABLA α -a

MODIFICANDO EL SISTEMA INTERNACIONAL	
Cantidad física	Dimensiones
l = longitud	[l]
t = tiempo	[t]
m = masa	[m]
f = frecuencia	[t ⁻¹]
v = velocidad	[l t ⁻¹]
a = aceleración	[l t ⁻²]
F = fuerza = $m \cdot a$	[l m t ⁻²]
U = energía	[l ² m t ⁻²]
P = potencia	[l ² m t ⁻³]
i = corriente eléctrica (SI) i = electr. corr. (de CGS)	[i] [l ³ m t ⁻⁴] ^{1/2}
ϵ_0 = constante dieléctrica	[l ⁻³ m ⁻¹ t ⁴ i ²] 1 (CGS valor típ.)
μ_0 = permeabilidad absoluta $\mu_0 = 1/v^2$	[l m t ⁻² i ⁻²] [l t ⁻¹] ⁻²
G = constante de gravitación	[l ³ m ⁻¹ t ⁻²]
h = constante de Planck $H = Q^2/v = \Phi^2 \cdot v$	[l ² m t ⁻¹]
K = intensidad de campo eléctrico	[l m t ⁻³ i ⁻¹] [l ⁻¹ m t ⁻²] ^{1/2}
H = intensidad del campo magnético	[l ⁻¹ i] [l m t ⁻⁴] ^{1/2}
Q = flujo eléctrico (carga eléctrica) $Q^2 = \text{Energía} \cdot \text{Longitud}$	[t i] [l ³ m t ⁻²] ^{1/2} [l ³ m t ⁻²]
Φ = flujo magnético $\Phi = Q/v$ $\Phi^2 = \text{Espacio} \cdot \text{Masa}$	[l ² m t ⁻² i ⁻¹] [l m] ^{1/2} [l m]

La sustitución ya permite ver las relaciones entre la electricidad, el magnetismo, el espacio, el tiempo, la masa y la energía, pero **vamos a ver lo que sucede si se adopta, en forma de cantidades físicas fundamentales, la energía en lugar de la masa.**

Obtenemos la siguiente TABLA α -b (vamos a llamar el nuevo Sistema de Medición "S-T-U", de S = Espacio, T = Tiempo y U = Energía) :

TABLA α -b

SISTEMA S-T-U		
Cantidad física	Notas y elaboración	Dimensiones
l = longitud unidimensión		[t]
t = Tiempo	(1/f = T = periodo)	[t]
U = Energía		[u]
m = masa	De $U = m \cdot v^2 / 2$ viene el $m = 2U/v^2$	[l ² t ² u]
f = frecuencia	1/T = f = frecuencia	[t ⁻¹]
V = volumen		[l ³]
v = velocidad		[l t ⁻¹]
a = aceleración		[l t ⁻²]
F = fuerza = m*a	[l m t ⁻²] = [l l ⁻² t ² u t ⁻²]	[l ⁻¹ u]
P = potencia	[l ² m t ⁻³] = [l ² l ⁻² t ² u t ⁻³]	[t ⁻¹ u]
h = constante de Planck	[l ² m t ⁻¹] = [l ² l ⁻² t ² u t ⁻¹]	[t u]
μ_0 = permeabilidad abs.		[l ⁻² t ²]
ϵ_0 = constante dieléctrica		1
G = constante gravitación	[l ³ m ⁻¹ t ⁻²] = [l ³ l ⁻² t ² u ⁻¹ t ⁻²]	[l ⁵ t ⁻⁴ u ⁻¹]
i = corriente eléctrica	[l ³ m t ⁻⁴] ^{1/2} = [l ³ l ⁻² t ² u t ⁻⁴] ^{1/2}	[l t ⁻² u] ^{1/2}
Q = carga eléctrica	[l ³ m t ⁻²] ^{1/2} = [l ³ l ⁻² t ² u t ⁻²] ^{1/2}	[l u] ^{1/2}
K = inten. campo eléctrico	[l ^{-1/2} m ^{1/2} t ⁻¹] = [l ^{-1/2} (l ⁻² t ² u) ^{1/2} t ⁻¹]	[l ⁻³ u] ^{1/2}
Φ = flujo magnético	[l m] ^{1/2} = [l l ⁻² t ² u] ^{1/2}	[l ⁻¹ t ² u] ^{1/2}
H = inten. campo mag.	[l m t ⁻⁴] ^{1/2} = [l l ⁻² t ² u t ⁻⁴] ^{1/2}	[l ⁻¹ t ⁻² u] ^{1/2}

Las expresiones dimensionales que figuran en la columna de la derecha no contienen referencias a la masa sino sólo a la longitud, el tiempo y la energía.

Todas las relaciones contienen valores pequeños de potencias de los mencionados tres cantidades, además de la constante de gravitación.

De la TABLA α -b es posible derivar la TABLA α -c, que, a partir de las expresiones de Q, K, Φ y H elaborados ahora y el examen de todos sus productos y proporciones, así como, más tarde, algunas otras combinaciones, nos muestra las relaciones inesperadas entre la carga eléctrica, intensidad de campo eléctrico, flujo magnético, la fuerza del campo magnético, el tiempo, la energía, la fuerza, la potencia, la longitud, el volumen y la masa.

TABLA α -c

Cantidades físicas		Procesamientos	Dimensiones
Q	Longitud*Fuerza^{1/2}	$[l][l^{-1}u]^{1/2}$	$[lu]^{1/2}$
K	Longitud⁻¹*Fuerza^{1/2}	$[l]^{-1}[l^{-1}u]^{1/2}$	$[l^{-3}u]^{1/2}$
Φ	Tiempo*Fuerza^{1/2}	$[lu]^{1/2}[lt^{-1}]^{-1}$	$[l^{-1}t^2u]^{1/2}$
H	Tiempo⁻¹*Fuerza^{1/2}	$[l^{-1}t^2u]^{1/2}[t]^{-2}$	$[l^{-1},t^{-2}u]^{1/2}$
$Q^2 = Q*Q$	Energía*Longitud	$[l][u]$	$[lu]$
$K^2 = K*K$	Fuerza/Longitud²	$[u][l]^{-3}$	$[l^{-3}u]$
$\Phi^2 = \Phi*\Phi$	Fuerza*Tiempo²	$[lu][lt^{-1}]^{-2}$	$[l^{-1}ut^2]$
$H^2 = H*H$	Fuerza/Tiempo²	$[l^{-1}u][t]^{-2}$	$[l^{-1},t^{-2}u]$
$Q*K$	Energía/Longitud=F	$[lu]^{1/2}[l^{-3}u]^{1/2}$	$[l^{-1}u]$
$Q*\Phi$	Tiempo*Energía=h	$[lu]^{1/2}[l^{-1}t^2u]^{1/2}$	$[tu]$
$Q*H$	Energía/Tiempo=P	$[lu]^{1/2}[l^{-1}t^{-2}u]^{1/2}$	$[t^{-1}u]$
$K*\Phi$	Potencia/Velocidad²	$[l^{-3}u]^{1/2}[l^{-1}t^2u]^{1/2}$	$[l^{-2}tu]$
$K*H$	Potencia/Longitud²	$[l^{-3}u]^{1/2}[l^{-1}t^{-2}u]^{1/2}$	$[l^{-2}t^{-1}u]$
$\Phi*H$	Energía/Longitud=F	$[l^{-1}t^2u]^{1/2}[l^{-1}t^{-2}u]^{1/2}$	$[l^{-1}u]$
Q/K	Longitud²	$[lu]^{1/2}[l^{-3}u]^{-1/2}$	$[l]^2$
Q/Φ	Longitud/Tiempo=v	$[lu]^{1/2}[l^{-1}t^2u]^{-1/2}$	$[lt^{-1}]$
Q/H	Longitud*Tiempo	$[lu]^{1/2}[l^{-1}t^{-2}u]^{-1/2}$	$[lt]$
Φ/K	Longitud*Tiempo	$[l^{-1}t^2u]^{1/2}[l^{-3}u]^{-1/2}$	$[lt]$
K/H	Tiempo/Longitud=1/v	$[l^{-3}u]^{1/2}[l^{-1}t^{-2}u]^{-1/2}$	$[l^{-1}t]$
Φ/H	Tiempo²	$[l^{-1}t^2u]^{1/2}[l^{-1}t^{-2}u]^{-1/2}$	$[t]^2$
$K*Q^3$	Energía²	$[l^{-3}u]^{1/2}[lu]^{3/2}$	$[u]^2$
Q/T	i = corriente eléctrica	$[lu]^{1/2}[t]^{-1}$	$[lt^2u]^{1/2}$
$m*a$	Energía/Longitud=Φ	$[u][l]^{-1}$	$[l^{-1}u]$
μ_0	Tiempo/Longitud=1/v²	$[l^{-2}t^2u][u]^{-1}$	$[l^{-1}t]^2$
ϵ_0	Número puro	1	1

Se puede ver que algunas expresiones son equivalentes. Por ejemplo :

$$\alpha-04) \Phi*H = Q*K = m*a = F$$

o también :

$$\alpha-05) Q/\Phi = H/K = v$$

No hay necesidad de subrayar la existencia de una relación significativa entre la longitud (espacio), tiempo, energía, posición eléctrica, la fuerza del campo eléctrico, el flujo magnético y la fuerza del campo magnético. Es evidente la

utilidad de profundizar en este tipo de relaciones, tanto por la parte teórica y los puntos de vista experimentales.

Hay, por ejemplo, tres expresiones de la fuerza, respectivamente funciones de la carga eléctrica Q , del flujo magnético Φ y de la masa m :

$$\alpha-06) F = Q \cdot K$$

$$\alpha-07) F = \Phi \cdot H$$

$$\alpha-08) F = m \cdot a$$

De ellos se desprende que la carga eléctrica Q , de flujo magnético Φ y la masa m son equivalentes entre sí, que representan las fuentes de los campos respectivos; de hecho, como ya se ha dicho, definimos " K " la fuerza del campo eléctrico, " H ", la fuerza del campo magnético y " a " la fuerza del campo gravitatorio (de hecho es bien conocido por todos que la aceleración de la gravedad, en la superficie terrestre, es igual a aproximadamente $9,81 \text{ m/s}^2$).

Dimensionalmente " a " es :

$$[\text{l t}^{-2}]$$

Pero, siendo :

y :

$$\Phi/H [\text{t}]^2$$

$$Q/K [\text{l}]^2$$

se deduce que, siempre en términos dimensionales, es cierto :

$$\alpha-09) a = \text{intensidad del campo Gravitacional} = [\text{l t}^{-2}] = [\text{l}^2 \text{ u}^{-1}] = (Q/K)^{1/2} \cdot (H/\Phi)$$

Como se ve, de la $U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ (o de $U = m \cdot c^2$) se dibuja que, en términos de dimensiones, $m = U/v^2$. Esto es :

$$[\text{l}^{-2} \text{ u t}^2]$$

Pero desde :

$$[\text{l}]^2 Q/K$$

$$[\text{t}]^2 \Phi/H$$

$$[\text{u}]^2 K \cdot Q^3$$

resulta que :

$$\alpha-10) m = [\text{l}^{-2} \text{ t}^2 \text{ u}] = K/Q \cdot \Phi/H \cdot (K \cdot Q^3)^{1/2} = (\Phi/H) \cdot (K^3 \cdot Q)^{1/2}$$

Sin embargo, también vale la pena :

$$[\text{l}]^{-1} (K/Q)^{1/2}$$

$$[\text{l}^{-1} \text{ t}^2 \text{ u}] \Phi^2$$

de la que deriva la más manejable :

$$\alpha-11) m = \text{masa} = [\text{l}^{-2} \text{ t}^2 \text{ u}] = \Phi^2 \cdot (K/Q)^{1/2}$$

Desde α-05) se tiene, entonces, $Q/\Phi = H/K = v$, por tanto, también una nueva expresión de la masa :

$$\alpha-11) m = \text{masa} = [l^{-2} t^2 u] = (K/H)^2 * Q * (K*Q)^{1/2}$$

La verificación efectuada sobre el producto $m*a$ lleva, en ambos casos, para el mismo resultado (F) :

$$\alpha-12) m*a = \Phi^2 * (K/Q)^{1/2} * (Q/K)^{1/2} * (H/\Phi) = \Phi * H = F$$

$$\alpha-13) m*a = (K/H)^2 * Q * (K*Q)^{1/2} * (Q/K)^{1/2} * (H/\Phi) = (K^2 * Q^2) / (H * \Phi) = F^2 / F = F$$

Las relaciones presentadas en la siguiente TABLA α-d son particularmente interesantes :

TABLA α-d

$(Q/K)^{1/2}$	[t]	$[l^{1/2} u^{1/2}]^{1/2} [l^{3/2} u^{-1/2}]^{1/2}$	Longitud
$(\Phi/H)^{1/2}$	[t]	$[l^{-1/2} t u^{1/2}]^{1/2} [l^{1/2} t u^{-1/2}]^{1/2}$	Tiempo
$Q*(K*Q)^{1/2}$	[u]	$[l^{-3/2} u^{1/2}]^{1/2} [l^{3/2} u^{3/2}]^{1/2}$	Energía
$\Phi^2*(K/Q)^{1/2}$	$[l^{-2} t^2 u]$	$[l^{-1} t^2 u] [l]^{-1}$	Masa
$(Q/K)^{1/2}*(H/\Phi)$	$[l t^{-2}]$	$[l] [t]^{-2}$	Aceleración
Q	$[l u]^{1/2}$	$[l] [l^{-1} u]^{1/2}$	Longitud*Fuerza ^{1/2}
K	$[l^{-3} u]^{1/2}$	$[l]^{-1} [l^{-1} u]^{1/2}$	Longitud ⁻¹ *Fuerza ^{1/2}
Φ	$[l^{-1} t^2 u]^{1/2}$	$[t] [l^{-1} u]^{1/2}$	Tiempo*Fuerza ^{1/2}
H	$[l^{-1}, t^{-2} u]^{1/2}$	$[t]^{-1} [l^{-1} u]^{1/2}$	Tiempo ⁻¹ *Fuerza ^{1/2}
$Q^2(=Q*Q)$	[l u]	$[l u]^{1/2} [l u]^{1/2}$	Energía*Longitud
$Q*\Phi$	[t u]	$[l u]^{1/2} [l^{-1} t^2 u]^{1/2}$	Tiempo*Energía=h
Q/H	[l t]	$[l u]^{1/2} [l^{-1} t^{-2} u]^{-1/2}$	Longitud*Tiempo
Φ/K	[l t]	$[l^{-1} t^2 u]^{1/2} [l^{-3} u]^{-1/2}$	Longitud*Tiempo
$\Phi*H$	$[l^{-1} u]$	$[l^{-1} t^2 u]^{1/2} [l^{-1} t^{-2} u]^{1/2}$	Energía/Longitud=F
$Q*K$	$[l^{-1} u]$	$[l u]^{1/2} [l^{-3} u]^{1/2}$	Energía/Longitud=F
Q/Φ	$[l t^{-1}]$	$[l u]^{1/2} [l^{-1} t^2 u]^{-1/2}$	Longitud/Tiempo=v
$Q*H$	$[t^{-1} u]$	$[l u]^{1/2} [l^{-1} t^{-2} u]^{1/2}$	Energía/Tiempo=P

Observa que :

α-14)	Longitud	$= (Q/K)^{1/2}$	Pura naturaleza eléctrica
α-15)	Tiempo	$= (\Phi/H)^{1/2}$	Pura naturaleza magnética
α-16)	Masa	$= \Phi^2 * (K/Q)^{1/2}$	Naturaleza electromagnética

Mientras que la energía se presenta en tres formas (a es la aceleración) :

$\alpha-17)$	Energía	$= Q*(Q*K)^{1/2}$	Naturaleza eléctrica
$\alpha-18)$	Energía	$= Q*(\Phi* H)^{1/2}$	Naturaleza electromagnética
$\alpha-19)$	Energía	$= \Phi^2*a$	Naturaleza magneto-mecánica

De $\alpha-19)$ se deduce que es posible producir energía aceleración de un flujo magnético : hacer un ejemplo práctico, la energía eléctrica se puede extraer haciendo girar un imán permanente sobre su propio eje en forma de un disco magnetizado axialmente (la experiencia clásica del llamado Disco de Faraday, en el que la rotación se somete a una aceleración radial a un imán permanente en forma de disco y la energía eléctrica se extrae entre el eje y la circunferencia del mismo disco).

SE HA DE RECORDAR, FINALMENTE, QUE EL PRODUCTO $Q*\Phi$ TIENE LAS MISMAS DIMENSIONES [t u] DEL MOMENTO ANGULAR INTRÍNSECO, CUYA UNIDAD ES $h/(2*\pi)$. Por dicha unidad se mide el SPIN (que puede asumir valores iguales a 0, $\pm 1/2$, ± 1 , ± 2 , y así sucesivamente).

$\beta)$ LA INCERTIDUMBRE MP

[El texto de esta forma está reservado para el análisis dimensional y los relativos a los comentarios]

Nota : Todos los \hat{c} utilizadas en el texto son constantes adimensionales, que no influyen en el comportamiento cualitativo de las fórmulas, pero sólo sirven para mantener en cuenta las unidades de medida adoptada.

Veamos la TABLA $\alpha-a$ del inicio del texto :

TABLA $\alpha-a$

MODIFICANDO EL SISTEMA INTERNACIONAL	
Cantidad física	Dimensiones
l = longitud	[l]
t = tiempo	[t]
m = masa	[m]
f = frecuencia	[t ⁻¹]
v = velocidad	[l t ⁻¹]
a = aceleración	[l t ⁻²]
F = fuerza = $m*a$	[l m t ⁻²]
U = energía	[l ² m t ⁻²]
P = potencia	[l ² m t ⁻³]
i = corriente eléctrica (SI) i = electr. corr. (de CGS)	[i] [l ³ m t ⁻⁴] ^{1/2}
ϵ_0 = constante dieléctrica	[l ⁻³ m ⁻¹ t ⁴ i ²] 1 (CGS valor típ.)

$\mu_0 =$ permeabilidad absoluta $\mu_0 = 1/v^2$	$[l m t^{-2} l^{-2}]$ $[l t^{-1}]^{-2}$
$G =$ constante de gravitación	$[l^3 m^{-1} t^{-2}]$
$h =$ constante de Planck $H = Q^2/v = \Phi^2 \cdot v$	$[l^2 m t^{-1}]$
$K =$ intensidad de campo eléctrico	$[l m t^{-3} i^{-1}]$ $[l^{-1} m t^{-2}]^{1/2}$
$H =$ intensidad del campo magnético	$[l^{-1} i]$ $[l m t^{-4}]^{1/2}$
$Q =$ flujo eléctrico (carga eléctrica) $Q^2 =$ Energía*Longitud	$[t i]$ $[l^3 m t^{-2}]^{1/2}$ $[l^3 m t^{-2}]$
$\Phi =$ flujo magnético $\Phi = Q/v$ $\Phi^2 =$ Espacio*Masa	$[l^2 m t^{-2} i^{-1}]$ $[l m]^{1/2}$ $[l m]$

Heisemberg, con su principio de incertidumbre, afirma que :

$$\beta-01) \Delta T \cdot \Delta U = h/(4 \cdot \pi)$$

donde h es la constante de Planck.

Este principio establece la incertidumbre del valor $h/(4 \cdot \pi)$ en la determinación simultánea de la energía que posee una partícula y del instante temporal en el que la tiene : si la incertidumbre temporal se reduce a cero, la otra indeterminación convierte a sin fin la amplitud, haciendo imposible la determinación de la energía de la partícula en el instante seleccionado.

Naturalmente, este principio permite revertir la situación también, haciendo imposible la determinación del instante en el que la partícula posee la energía exacta que ha sido "preseleccionada".

El $\Delta T \cdot \Delta U = h/(4 \cdot \pi)$ se escribe a menudo de otra manera :

$$\beta-02) \Delta x \cdot \Delta p = h/(4 \cdot \pi) = \hbar/2$$

x es la posición, $p =$ impulso ($m \cdot v$) y $\hbar = h/(2 \cdot \pi)$.

De esta forma, la Incertidumbre de $\Delta x \cdot \Delta p$ representa la indeterminación en la definición contemporánea de la posición de una partícula que tiene y del impulso (el producto entre la masa y la velocidad de la misma partícula) que tiene en esa posición.

En lugar de :

$$\beta-03) \Delta x \cdot \Delta p = h/(4 \cdot \pi)$$

que se podría escribir :

$$\beta-04) \Delta x \cdot \Delta m \cdot \Delta v = h/(4 \cdot \pi)$$

expresión que implica la Incertidumbre en la definición contemporánea de la posición x , la masa m y velocidad v de la partícula.

La presencia o la ausencia de (4π) en el denominador del segundo término de las desigualdades precedentes depende de las convenciones relacionadas con el sistema de la medida adoptada, pero para nuestro propósito no es significativa, ya que estamos exclusivamente interesados en el significado dimensional del principio de Incertidumbre de Heisemberg : por lo tanto, de ahora en adelante vamos a escribir $\Delta x \Delta p = \hat{c} h$.

Tenga en cuenta que la ecuación $\Delta T \Delta U = \hat{c} h$ que es del tipo $x \cdot y = \text{constante}$, que representa una hipérbola equilátera en un plano Cartesiano en que **T** (tiempo) y **U** (Energía) son los ejes coordinados. Se puede decir que el principio implica la existencia de tales ejes; de hecho, recurriendo a ellos, obtenemos una representación gráfica sencilla del principio de Incertidumbre de Heisemberg, como el lugar de los puntos más allá de una curva de límite constituida por la misma hipérbola.

La ecuación de β -04) muestra, sin embargo, la importancia de la posición (longitud, es el espacio), la masa y la velocidad (espacio/tiempo).

En total : Espacio, Tiempo y Masa.

Recordemos, sin embargo, que la masa y la energía, según Einstein, están relacionadas por :

$$\beta\text{-05) } U = m \cdot c^2$$

con **U** = energía, **m** = masa, y **c** = velocidad de la luz en el vacío (la energía cinética clásica vale $U = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, que es dimensionalmente equivalente a la β -05).

Teniendo en cuenta la β -01) y la β -04) podemos creer que los ejes cartesianos involucradas no sólo son dos (Tiempo y Energía), sino que uno tercero existe, que es el de las longitudes, es el Espacio.

Se introduce, por lo tanto, la hipótesis según la cual el principio Incertidumbre de la Heisemberg solamente representa la versión bidimensional de un principio Incertidumbre más general (tridimensional) : en consecuencia, a los ejes coordinados T y U vamos a añadir, un tercer eje Cartesiano del sistema tridimensional, el eje espacial S.

Las expresiones β -01) y β -04), aquí repiten con la introducción de $\hat{c} h$:

$$\beta\text{-01) } \Delta T \Delta U = \hat{c} h$$

$$\beta\text{-04) } \Delta X \Delta U \Delta S/T = \hat{c} h$$

dimensionalmente vale :

$$[l^2 m t^{-1}].$$

En el nuevo sistema de coordenadas ortogonales **S**, **T** y **U** nacen, por lo tanto, tres **PARTICULARES** (bidimensionales) Principios de Incertidumbre, uno para cada par de ejes coordinados (el primero es el clásico de Heisemberg). De hecho, el establecimiento de :

$$\beta\text{-06) } \Delta U = \Delta \text{Energía } [l^2 m t^{-2}]$$

$$\beta\text{-07) } \Delta T = \Delta \text{Tiempo } [t]$$

$$\beta\text{-08) } \Delta S = \Delta \text{Espacio } [l]$$

desde el punto de vista dimensional los tres principios antes mencionados son :

$$\beta-09) \Delta U * \Delta T = \Delta \text{Energía} * \Delta \text{Tiempo} [l^2 m t^{-2}] [t] = [l^2 m t^{-1}] \text{ (Heisemberg)}$$

$$\beta-10) \Delta T * \Delta S = \Delta \text{Tiempo} * \Delta \text{Espacio} [t] [l] = [l t]$$

$$\beta-11) \Delta U * \Delta S = \Delta \text{Energía} * \Delta \text{Espacio} [l^2 m t^{-2}] [l] = [l^3 m t^{-2}]$$

Pero también podemos afirmar que :

$$\beta-12) \Delta U [l^2 m t^{-2}] = [l^2 m t^{-1}] [t^{-1}] = \hat{c}u * h * f$$

Es decir podemos decir que la incertidumbre de la energía es proporcional a la frecuencia (f).

Entonces, por qué ΔT no tiene que ser proporcional (de acuerdo con una constante que llamaremos $\hat{c}T$ a un período (T), y ΔS (de acuerdo con una constante que llamaremos \hat{c}) a una longitud de onda (λ)?

La longitud de onda es la **velocidad / frecuencia**.

En consecuencia : $\lambda = v/f = v * f^{-1}$, con $v = \text{velocidad}$.

Se basa en un conjunto de tres ecuaciones (la primera se repite por conveniencia) :

$\beta-12) \Delta U$	$[l^2 m t^{-2}]$	h*frecuencia	$\geq \hat{c}U * h * f$	$= \hat{c}U * h * f$
$\beta-13) \Delta T$	$[t]$	período	$\geq \hat{c}T * T$	$= \hat{c}T * f^{-1}$
$\beta-14) \Delta S$	$[l]$	longitud onda	$\geq \hat{c}S * \lambda$	$= \hat{c}S * v * f^{-1}$

El $\beta-12)$ tiene las dimensiones de la relación clásica $U = h * f$, que expresa la energía del fotón, pero es también como $[l^2 m t^{-2}] = [m] [l t^{-1}]^2$, con las dimensiones de la conocida $U = m * c^2$, siendo simplemente $[l t^{-1}]$ una **velocidad**.

NOTA $\beta-\alpha$

Admitamos que, por la misma partícula (**FOTÓN**), valen tanto :

$$E = m * c^2 \text{ y } E = h * f$$

Igualándolos, obtenemos :

$$m * c^2 = h * f$$

a partir de lo cual se obtiene :

$$m = (h/c^2) * f \quad [l^2 m t^{-1}] [l t^{-1}]^{-2} [t^{-1}] = [m]$$

Deducimos que la masa de un fotón es proporcional a su frecuencia.

$$\text{De hecho : } f * 6,626 * 10^{-34} / 9 * 10^{16} = f * 0,7362 * 10^{-50} \text{ Kg}$$

Por ejemplo, a 1 GHz, la masa es $0,7362 * 10^{-41} \text{ Kg}$

ΔS , ΔT y ΔU se pueden interpretar como **LAS TRES CANTIDADES QUE DEFINEN UNA PARTÍCULA EN EL DOMINIO S-T-U (Espacio-Tiempo-Energía) y podemos afirmar que :**

ΔU es proporcional a una frecuencia,

ΔT es proporcional a un período,

ΔS es proporcional a una longitud de onda.

Haciendo que el producto de las dimensiones de ΔS , ΔT y ΔU , se incorporan :

$$\beta-15) \Delta S * \Delta T * \Delta U \quad [l][t][l^2 m t^{-2}] = [l^3 m t^{-1}]$$

De $\beta-09$), $\beta-10$) y $\beta-11$) nos acercamos a estas relaciones, características del dominio S-T-U :

$\beta-16) \Delta S / \Delta T$	velocidad	$[l t^{-1}]$
$\beta-17) \Delta U / \Delta S$	fuerza	$[l m t^{-2}]$
$\beta-18) \Delta U / \Delta T$	potencia	$[l^2 m t^{-3}]$

La adición de la $\beta-08$), $\beta-09$) y $\beta-10$) tenemos todas las relaciones típicas del dominio S-T-U :

$\beta-06) \Delta U * \Delta T$	h	$[l^2 m t^{-1}]$	(momento angular intrínseco)
$\beta-07) \Delta T * \Delta S$		$[l t]$	
$\beta-08) \Delta U * \Delta S$	Q^2	$[l^3 m t^{-2}]$	(carga eléctrica) ²

Los productos $\Delta U * \Delta S$, $\Delta U * \Delta T$, $\Delta T * \Delta S$, como se ha señalado se refieren a los "planos" de U-S, U-T y T-S, respectivamente, y, por encima de ellos, definen superficies reales, cuyos "áreas" se define por el producto de dos Δ . Sus raíces cuadradas son proporcionales a "radios" de sus áreas, si éstos son como circulares, o a "partes", si se suponen cuadradas. El cuadro completo de las resultantes relaciones de lo hasta ahora expuesto en los párrafos α) y β) es la siguiente :

$\beta-19) \Delta S * \Delta T * \Delta U$	$[l t u] = [l^3 m t^{-1}]$	$= Q^{2*}(\Phi/H)^{1/2}$	
$\beta-20) \Delta U * \Delta T$	$[t u] = [l^2 m t^{-1}]$	$= Q * \Phi$	h (momento angular)
$\beta-21) \Delta T * \Delta S$	$[l t] = [l t]$	$= \Phi / K = Q / H$	
$\beta-22) \Delta U * \Delta S$	$[l u] = [l^3 m t^{-2}]$	$= Q^2$	(carga eléctrica) ²
$\beta-23) \Delta S / \Delta T$	$[l t^{-1}] = [l t^{-1}]$	$= Q / \Phi$	v (velocidad)
$\beta-24) \Delta U / \Delta S$	$[l^{-1} u] = [l m t^{-2}]$	$= Q * K = \Phi * H$	F (fuerza)
$\beta-25) \Delta U / \Delta T$	$[t^{-1} u] = [l^2 m t^{-3}]$	$= Q * H$	P (potencia)

Como resultado, se puede definir el :

PRINCIPIO GENERAL DE INCERTIDUMBRE MP

expresado como :

β -26) $\Delta S \cdot \Delta T \cdot \Delta U \geq z = \text{constante}$

El β -26) es un producto de tres Δ , una especie de "volumen" comparable al de una esfera y, por lo tanto, proporcional a una "radio" oportuno elevado a la tercera potencia, o un "volumen cúbico", que es proporcional también al "lado", elevado a la tercera potencia.

Ya se ve que $\Delta U \cdot \Delta S$ tiene las dimensiones de una carga eléctrica al cuadrado, por lo tanto, se puede suponer que es proporcional a e^2 (e = carga del electrón).

Luego $\Delta U \cdot \Delta T$, como se notó, tiene las dimensiones de la constante de Planck (h).

De :

β -12) ΔU	[l ² m t ⁻²]	$h \cdot \text{frecuencia}$	$\geq \hat{c} U \cdot h \cdot f$	$= \hat{c} U \cdot h \cdot f$
β -13) ΔT	[t]	periodo	$\geq \hat{c} T \cdot T$	$= \hat{c} T \cdot f^{-1}$
β -14) ΔS	[l]	longitud onda	$\geq \hat{c} S \cdot \lambda$	$= \hat{c} S \cdot v \cdot f^{-1}$

Si, en lugar de v , escribimos c (velocidad de la luz en el vacío) y adoptamos, como valor de Q (en β -22), la carga e del electrón, podemos escribir :

β -27) $\Delta U \cdot \Delta S$	$\geq \hat{c} S \cdot h \cdot v$	$= \hat{c} 0 \cdot h \cdot c$	$= Q^2$	$= \hat{c} 1 \cdot e^2$
β -28) $\Delta U \cdot \Delta T$	$\geq \hat{c} T \cdot h$	$= \hat{c} 1 \cdot \hat{c} T \cdot e^2 / (\hat{c} 0 \cdot c)$	(h desde β -27)	$= \hat{c} 2 \cdot e^2 \cdot c^{-1}$
β -29) $\Delta T \cdot \Delta S$	$\geq \hat{c} T \cdot \hat{c} S \cdot v \cdot f^{-2}$	$= \hat{c} 3 \cdot c \cdot f^{-2}$	(c desde β -27)	$= \hat{c} 4 \cdot e^2 \cdot f^{-2} \cdot h^{-1}$

Los productos $\Delta U \cdot \Delta S$, $\Delta U \cdot \Delta T$, $\Delta T \cdot \Delta S$, señalan, respectivamente, a los "planos" de U - S , U - T y T - S , y definen "áreas" que se pueden comparar a los de círculos, cuyos radios son :

$$\beta$$
-30) $\Delta U \cdot \Delta S \rightarrow \text{área} \geq \hat{c} 0 \cdot h \cdot c = \hat{c} 1 \cdot e^2 \rightarrow \text{radio} \geq e \cdot (\hat{c} 1 \cdot \pi^{-1})^{1/2}$

$$\beta$$
-31) $\Delta U \cdot \Delta T \rightarrow \text{área} \geq \hat{c} T \cdot h = \hat{c} 2 \cdot e^2 \cdot c^{-1} \rightarrow \text{radio} \geq e \cdot (\hat{c} 2 \cdot \pi^{-1} \cdot c^{-1})^{1/2}$

$$\beta$$
-32) $\Delta T \cdot \Delta S \rightarrow \text{área} \geq \hat{c} 3 \cdot c \cdot f^{-2} \cdot h^{-1} = \hat{c} 4 \cdot e^2 \cdot f^{-2} \cdot h^{-1} \rightarrow \text{radio} \geq e \cdot f^{-1} \cdot (\hat{c} 4 \cdot \pi^{-1} \cdot h^{-1})^{1/2}$

EL PRINCIPIO GENERAL INCERTIDUMBRE MP pasa de esta manera a :

$$\beta$$
-33) $\Delta S \cdot \Delta T \cdot \Delta U \geq \hat{c} 0 \cdot \hat{c} T \cdot h \cdot c \cdot f^{-1} = \hat{c} 6 \cdot e^2 \cdot f^{-1}$ (siendo : $h \cdot c = e^2 \cdot \hat{c} 1 \cdot \hat{c} 0^{-1}$)

El "radio" $\Delta S T U$ del "volumen", considerado esférico, por lo tanto es :

$$\beta$$
-34) $\Delta S T U \geq (\frac{3}{4} \hat{c} 6 \cdot e^2 \cdot f^{-1} \cdot \pi^{-1})^{1/3} = (3/2 \cdot \hat{c} 6 \cdot e^2 \cdot 1/2 \cdot \pi^{-1} \cdot f^{-1})^{1/3} = \hat{c} 7 \cdot (e^2 \cdot \omega^{-1})^{1/3}$

o, siendo $e^2 = h \cdot c \cdot \hat{c} 0 \cdot \hat{c} 1^{-1}$:

$$\beta$$
-35) $\Delta S T U \geq \hat{c} 8 \cdot (h \cdot c \cdot \omega^{-1})^{1/3}$

con ω (pulsación o velocidad angular), igual a $2 \cdot \pi \cdot f$.

Es importante tener en cuenta que :

ω ES UN PARÁMETRO CARACTERÍSTICO DE ROTACIÓN

Además :

De acuerdo con (β -33) el **PRINCIPIO GENERAL DE INCERTIDUMBRE**, el producto de las incertidumbres de espacio, tiempo y energía es al menos igual a A (dimensional) **CONSTANTE DIVIDIDO POR UNA FRECUENCIA**.

Una partícula sometida a este principio se comportaría prácticamente como una bola (con unas dimensiones en función de la frecuencia) de goma muy fina y muy elástica, llena con agua y suspendida a media altura en una bañera de agua. Aplastándolo, la pelota se deforma y se ensancha más cuanto más se aplasta. Puesto que la cantidad de agua contenida en ella es siempre la misma, su volumen es constante, pero su aspecto cambiará.

CONCLUSIONES

- El principio de incertidumbre de Heisenberg ha demostrado su validez a lo largo de cada uno de los tres ejes clásicos del Espacio. De hecho tres componentes del Espacio : S_x , S_y y S_z (normalmente llamados simplemente : x , y y z) existe, para cada uno de los cuales el principio anteriormente mencionado. Sin embargo, podemos suponer que, para el Tiempo también, existen tres componentes : T_x , T_y y T_z . En consecuencia, para la Energía existirán otros tres componentes, U_x , U_y y U_z . En total, nueve componentes dimensionales : 3 para el **Espacio**, 3 para el **Tiempo** y 3 para la **Energía**.

- Puesto que ω es un parámetro característico de rotación y en β -12), β -13) y β -14) frecuencia, periodo y longitud de onda, nace de forma espontánea la hipótesis de que f , T y λ puede referirse al mismo fenómeno : **a rotación con velocidad angular ω** .

γ) EL DOMINIO DE LAS NUEVE DIMENSIONES

En el párrafo anterior hemos hablado de un dominio de S-T-U con 9 dimensiones; ahora vamos a ver cuáles son las características que posee. Para empezar tomamos en el examen un sistema de coordenadas ortogonales, que llamaremos, respectivamente, S , T y U .

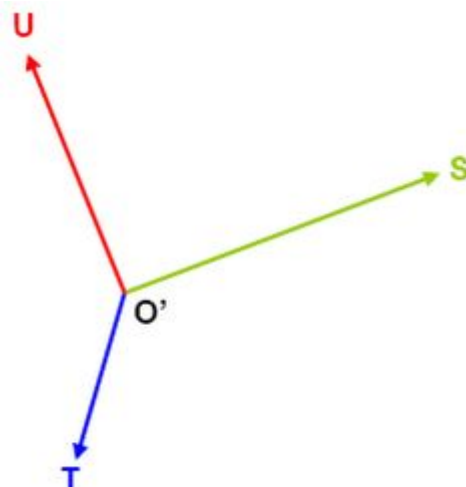


Figura 01

Vamos a considerar, entonces, un vector R , saliendo desde el origen O' de esas coordenadas.

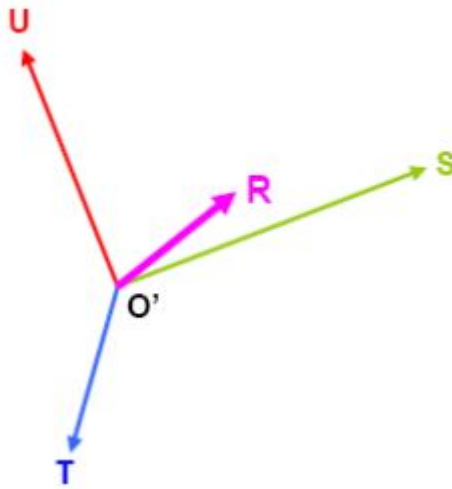


Figura 02

El vector R se proyecta sobre cada uno de los tres planos coordenadas (S - T , T - U y U - S) y cada una de las tres vectores proyectados (R_{st} , R_{tu} ed R_{us}) se proyecta, a su vez, sobre dos ejes coordinados, dando lugar a tres vectores resultantes, que representan la descomposición del vector R sobre los tres ejes coordinados S , T y U ; que llamaremos respectivamente ellas ΔS , ΔT y ΔU .

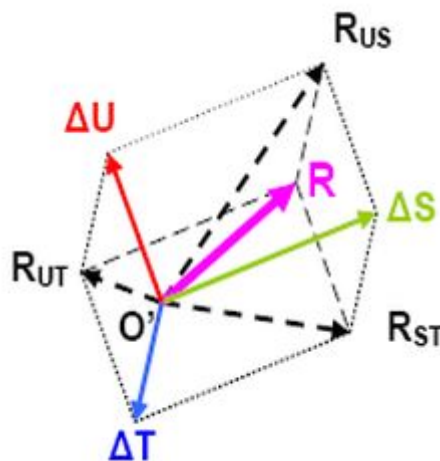


Figura 03

Es de notar que los vectores de proyección R_{st} , R_{tu} y R_{us} contienen, cada uno, informaciones relacionadas con dos de los vectores resultantes de la descomposición de R lo largo de los tres ejes principales (S , T y U).

El sistema de referencia S - T - U se supone, a su vez, insertado, con una orientación genérica, en otro sistema de referencia ortogonal, cuyos ejes coordinados llamaremos, respectivamente, x , y y z (Figura 04).

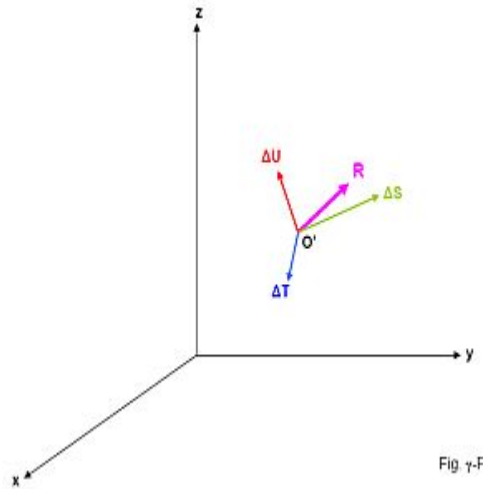


Figura 04

Los orígenes de los dos sistemas de referencia pueden considerarse coincidentes, como en la Figura 04, pero admitámos, para una mayor claridad gráfica, que no son coincidentes (Figura 05).

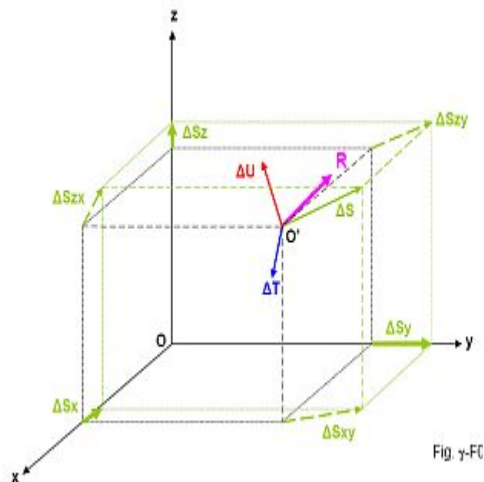


Figura 05

Los tres ejes ortogonales **x**, **y** y **z** se utilizan tradicionalmente para definir las coordenadas espaciales; en nuestro caso, en cambio, simplemente se definen como "ejes secundarios", mientras que el papel de los "ejes principales" es asumido por **S** (Espacio), **T** (Tiempo) y **U** (Energía).

ΔS, **ΔT** y **ΔU** representan diferencias de coordenadas principales :

$$\gamma-01) \Delta S = S1 - S0$$

$$\gamma-02) \Delta T = T1 - T0$$

$$\gamma-03) \Delta U = U1 - U0$$

De la misma manera a lo que se ha expuesto con respecto al vector de **R** en el sistema **S-T-U** de coordenadas, en las nuevas **x**, **y**, **z** del sistema de coordenadas de cada diferencia de coordenadas principales puede ser, a su

vez, se descompone en los ejes secundarios, dando lugar a tres nuevos vectores, que llamaremos respectivamente ΔS_x , ΔS_y , ΔS_z , ΔT_x , ΔT_y , ΔT_z , ΔU_x , ΔU_y , ΔU_z : incluye 9 vectores (Figuras 06, 07 e 08).

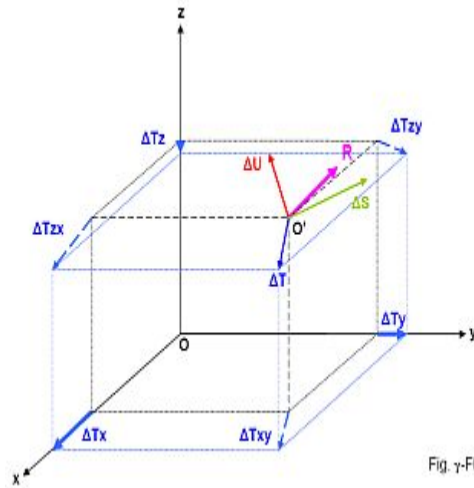


Fig. γ-F07

Figura 06

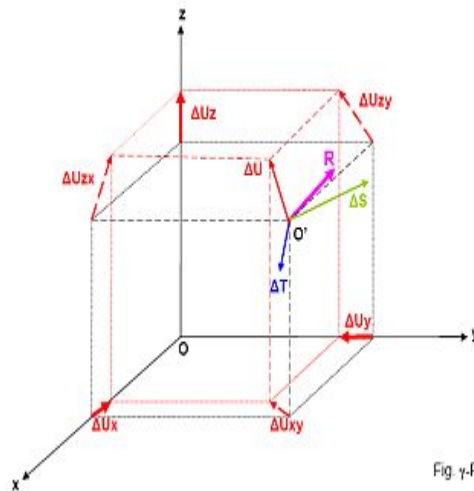
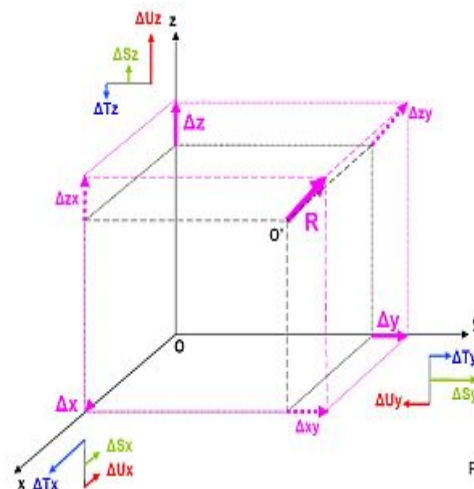


Fig. γ-F0

Figura 07



Fig

Figura 08

Sobre todo de los ejes **x**, **y** y **z** se añadirán tres de tales vectores, dando lugar, respectivamente, a :

$$\gamma\text{-04) } \Delta S_x + \Delta T_x + \Delta U_x = \Delta x$$

$$\gamma\text{-05) } \Delta S_y + \Delta T_y + \Delta U_y = \Delta y$$

$$\gamma\text{-06) } \Delta S_z + \Delta T_z + \Delta U_z = \Delta z$$

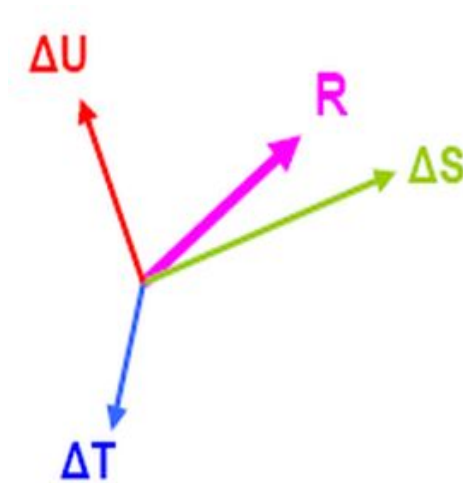


Figura 09

Para satisfacer, entonces, la condición según la cual **ΔS**, **ΔT** y **ΔP** (Figura 02 transcritas por conveniencia) son recíprocamente ortogonales, tiene que valer :

$$\gamma\text{-07) } R^2 = \Delta S^2 + \Delta T^2 + \Delta U^2$$

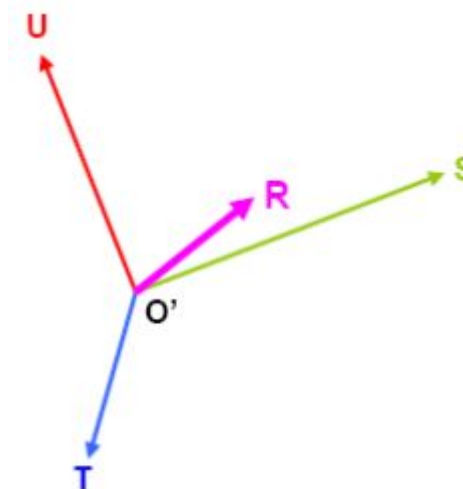


Figura 02

o, en el ancho, el :

$$\gamma-08) R^2 = (S1 - S0)^2 + (T1 - T0)^2 + (U1 - U0)^2$$

Cada diferencia de coordenadas principales, como se ha dicho, se descompone en los ejes secundarios, lo que resulta en 3 diferencias de coordenadas secundarias :

$\gamma-09) \Delta Sx = Sx1 - Sx0$	$\gamma-12) \Delta Tx = Tx1 - Tx0$	$\gamma-15) \Delta Ux = Ux1 - Ux0$
$\gamma-10) \Delta Sy = sy1 - Sy0$	$\gamma-13) \Delta Ty = Ty1 - Ty0$	$\gamma-16) \Delta Uy = Uy1 - Uy0$
$\gamma-11) \Delta Sz = Sz1 - Sz0$	$\gamma-14) \Delta Tz = Tz1 - Tz0$	$\gamma-17) \Delta Uz = Uz1 - Uz0$

Para estos, siendo x, y, z ortogonales, que valen :

$$\gamma-18) \Delta Sx^2 + \Delta Sy^2 + \Delta Sz^2 = \Delta S^2$$

$$\gamma-19) \Delta Tx^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Tz^2 = \Delta T^2$$

$$\gamma-20) \Delta Ux^2 + \Delta Uy^2 + \Delta Uz^2 = \Delta U^2$$

Entonces :

$$\gamma-21) R^2 = \Delta S^2 + \Delta T^2 + \Delta U^2 = \Delta Sx^2 + \Delta Sy^2 + \Delta Sz^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Tz^2 + \Delta Ux^2 + \Delta Uy^2 + \Delta Uz^2$$

Además, como ya hemos dicho, se añaden los componentes secundarios de demasiado $\Delta S, \Delta T$ y ΔU sobre todo el mundo de los ejes x, y y z , dando origen a la :

$$\gamma-22) R^2 = (\Delta Sx + \Delta Tx + \Delta Ux)^2 + (\Delta Sy + \Delta Ty + \Delta Uy)^2 + (\Delta Sz + \Delta Tz + \Delta Uz)^2$$

o, escrito por amplia, a la :

$$\gamma-23) R^2 = [(Sx1 - Sx0) + (Tx1 - Tx0) + (Ux1 - Ux0)]^2 + [(Sy1 - Sy0) + (Ty1 - Ty0) + (Uy1 - Uy0)]^2 + [(Sz1 - Sz0) + (Tz1 - Tz0) + (Uz1 - Uz0)]^2$$

De acuerdo con ello, tendrán que valer, contemporáneamente, tanto :

$$\gamma-21) R^2 = \Delta Sx^2 + \Delta Sy^2 + \Delta Sz^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Tz^2 + \Delta Ux^2 + \Delta Uy^2 + \Delta Uz^2$$

$$\gamma-22) R^2 = (\Delta Sx + \Delta Tx + \Delta Ux)^2 + (\Delta Sy + \Delta Ty + \Delta Uy)^2 + (\Delta Sz + \Delta Tz + \Delta Uz)^2$$

de los cuales el segundo, escrito, se convierte en :

$$\gamma-24) R^2 = \Delta Sx^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ux^2 + 2*\Delta Sx*\Delta Tx + 2*\Delta Sx*\Delta Ux + 2*\Delta Tx*\Delta Ux + \Delta Sy^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Uy^2 + 2*\Delta Sy*\Delta Ty + 2*\Delta Sy*\Delta Uy + 2*\Delta Ty*\Delta Uy + \Delta Sz^2 + \Delta Tz^2 + \Delta Uz^2 + 2*\Delta Sz*\Delta Tz + 2*\Delta Sz*\Delta Uz + 2*\Delta Tz*\Delta Uz$$

y, en combinación con la primera, se obtiene:

$$\gamma\text{-25) } \Delta Sx^2 + \Delta Sy^2 + \Delta Sz^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Tz^2 + \Delta Ux^2 + \Delta Uy^2 + \Delta Uz^2 = \\ \Delta Sx^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ux^2 + 2*\Delta Sx*\Delta Tx + 2*\Delta Sx*\Delta Ux + 2*\Delta Tx*\Delta Ux + \Delta Sy^2 + \\ \Delta Ty^2 + \Delta Uy^2 + 2*\Delta Sy*\Delta Ty + 2*\Delta Sy*\Delta Uy + 2*\Delta Ty*\Delta Uy + \Delta Sz^2 + \Delta Tz^2 + \\ \Delta Uz^2 + 2*\Delta Sz*\Delta Tz + 2*\Delta Sz*\Delta Uz + 2*\Delta Tz*\Delta Uz$$

de la que se deduce que la suma de los productos mezclados es cero :

$$\gamma\text{-26) } \Delta Sx*\Delta Tx + \Delta Sx*\Delta Ux + \Delta Tx*\Delta Ux + \Delta Sy*\Delta Ty + \Delta Sy*\Delta Uy + \Delta Ty*\Delta Uy + \\ \Delta Sz*\Delta Tz + \Delta Sz*\Delta Uz + \Delta Tz*\Delta Uz = 0$$

Esta última ecuación, juntos, por ejemplo, con el primero de dos, compone el sistema de dos ecuaciones que tiene contemporáneamente que ser satisfecho en cada punto del dominio :

$$\gamma\text{-22) } R^2 = (\Delta Sx + \Delta Tx + \Delta Ux)^2 + (\Delta Sy + \Delta Ty + \Delta Uy)^2 + (\Delta Sz + \Delta Tz + \\ \Delta Uz)^2$$

$$\gamma\text{-26) } 0 = \Delta Sx*\Delta Tx + \Delta Sx*\Delta Ux + \Delta Tx*\Delta Ux + \Delta Sy*\Delta Ty + \Delta Sy*\Delta Uy + \\ \Delta Ty*\Delta Uy + \Delta Sz*\Delta Tz + \Delta Sz*\Delta Uz + \Delta Tz*\Delta Uz$$

Debido a que ambos son verificados, es necesario que, en conclusión, que:

$$\gamma\text{-27) } \Delta Sx^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ux^2 + \Delta Sy^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Uy^2 + \Delta Sz^2 + \Delta Tz^2 + \Delta Uz^2 = \\ R^2$$

que garantiza la ortogonalidad tanto de los ejes principales y secundarios, ninguna es su orientación mutua, y que se puede escribir de la siguiente manera (-21) :

$$\gamma\text{-21) } (\Delta Sx^2 + \Delta Tx^2 + \Delta Ux^2) + (\Delta Sy^2 + \Delta Ty^2 + \Delta Uy^2) + (\Delta Sz^2 + \Delta Tz^2 + \\ \Delta Uz^2) = \Delta S^2 + \Delta T^2 + \Delta U^2 = R^2$$